Lösungswege

Mathematik Oberstufe

6

Philipp Freiler
Julia Marsik
Markus Olf
Markus Wittberger

www.oebv.at

KOMPETENZEN

1.1 Potenzen mit natürlichen Exponenten

Lernziele:

- Die Deutung einer Potenz mit natürlichem Exponenten ($\neq 0$) als wiederholte Multiplikation kennen
- Die Rechenregeln für Potenzen kennen und anwenden können
- Das Pascal'sche Dreieck kennen

Grundkompetenz für die schriftliche Reifeprüfung:

AG-R 1.2 Wissen über algebraische Begriffe angemessen einsetzen können: Variable, Terme, Formeln, (Un-)Gleichungen, Gleichungssysteme, Äquivalenz, Umformungen, Lösbarkeit

VORWISSEN

MERKE

Potenzen mit natürlichen Exponenten

Eine Potenz mit einem natürlichen Exponenten (einer natürlichen Hochzahl) stellt die wiederholte Multiplikation ein und desselben Faktors dar. Dabei gibt der Exponent an, wie oft der Faktor auftritt.
Allgemein gilt für $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$: $a^n = a \cdot a \cdot \ldots \cdot a$ (n Faktoren)
$a^1 = a$ (Produkt mit einem Faktor)

Basis
2^4 ← Exponent
Potenz

1. Gib in Potenzschreibweise bzw. als wiederholte Multiplikation an.

a) $e \cdot e \cdot e \cdot e \cdot e \cdot e$ **b)** $v \cdot v \cdot v \cdot v$ **c)** $(a+b) \cdot (a+b)$ **d)** $a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot a \cdot a$ **e)** 10^6 **f)** x^5 **g)** $(x-y)^4$ **h)** $(a+b)^2 \cdot (a-b)^3$

MUSTER

2. Berechne den Wert der Potenz. **a)** $(-3)^4$ **b)** $(-3)^3$ **c)** -3^4

a) $(-3)^4 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = 3^4 = 81$
b) $(-3)^3 = (-3) \cdot (-3) \cdot (-3) = -3^3 = -27$
c) $-3^4 = (-1) \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = -81$
-1 wird nicht potenziert!

3. Berechne den Wert der Potenz.

a) $(-2)^3$ **b)** $(-2)^4$ **c)** -2^6 **d)** $(-2)^8$ **e)** $(-2)^5$ **f)** -2^7

AG-R 1.2 M **4.** Kreuze die beiden zutreffenden Aussagen an.

A ☐ $-2^4 \neq (-2)^4$ B ☐ $-2^4 = (-2)^4$ C ☐ $(-2)^3 \neq -2^3$ D ☐ $(-1)^3 = -1^3$ E ☐ $(-1)^9 = (-1)^{10}$

5. Begründe: für $a \in \mathbb{R}$ und $n \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$ gilt:

a) $(-a)^n = a^n$, wenn n gerade **b)** $(-a)^n = -a^n$, wenn n ungerade

Rechenregeln für Potenzen mit natürlichen Exponenten

Für das Multiplizieren, Dividieren und Potenzieren von Potenzen mit gleichen Basen (Grundzahlen) können Rechenregeln aufgestellt werden.
Für die Multiplikation gilt: $a^4 \cdot a^3 = a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a \cdot a = a^7$ (4 + 3 Faktoren)
Für die Division gilt: $a^5 : a^2 = \frac{a^5}{a^2} = \frac{a \cdot a \cdot a \cdot \cancel{a} \cdot \cancel{a}}{\cancel{a} \cdot \cancel{a}} = a^3$
Nach dem Kürzen bleiben $5 - 2 = 3$ Faktoren übrig.

Das Potenzieren ist ein wiederholtes Multiplizieren derselben Potenz.
Es gilt: $(a^3)^2 = a^3 \cdot a^3 = a^{3+3} = a^{3 \cdot 2} = a^6$

Lineare Ungleichungen mit zwei Variablen

In einer linearen Ungleichung mit zwei Variablen werden die zwei Unbekannten meist mit x und y bezeichnet, z. B. $y + 3 \leq x$.

MUSTER

163. Bestimme die Lösungsmenge der Ungleichung $y + 3 \leq x$ und stelle sie graphisch dar.

Die Lösungsmenge besteht nicht nur aus einzelnen Zahlen, sondern aus Zahlenpaaren $(x \mid y)$. $(12 \mid 3)$ ist beispielsweise eine Lösung der Ungleichung $y + 3 \leq x$, da gilt:

$3 + 3 \leq 12$

$6 \leq 12$ wahre Aussage

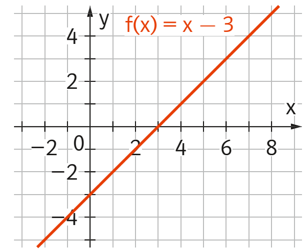
Forme die Ungleichung nach y um: $y + 3 \leq x \quad | -3$

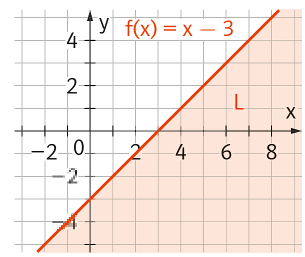
$y \leq x - 3$

Die Lösungsmenge L besteht aus allen Zahlenpaaren, die diese Bedingung erfüllen: $\mathbf{L = \{(x \mid y) \mid y \leq x - 3 \text{ mit } x, y \in \mathbb{R}\}}$

Für die graphische Darstellung von L deutet man die rechte Seite der Ungleichung als Funktion $f(x) = x - 3$ und zeichnet die Gerade in ein Koordinatensystem.

Alle Punkte mit $y \leq x - 3$, d. h. alle Punkte, die unterhalb oder auf der Geraden liegen, stellen die Lösungsmenge L dar.





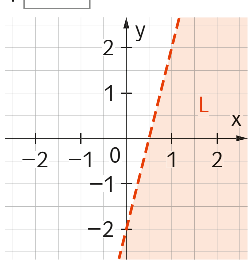
164. Stelle die Lösungsmenge der Ungleichung graphisch dar.

a) $x + 2y > 4$ **b)** $-x < 4 - y$ **c)** $x + y > 0$ **d)** $4x - 6y < 12$

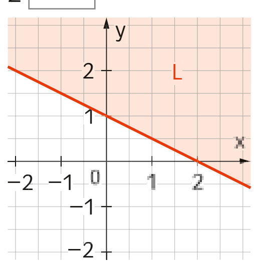
AG-R 2.4 M

165. Ordne der dargestellten Lösung die lineare Ungleichung mit zwei Variablen zu.

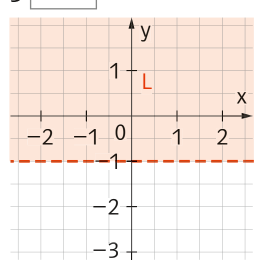
1 ☐



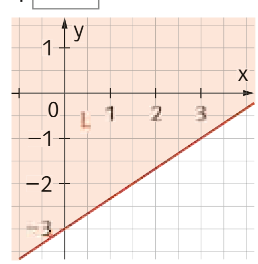
2 ☐



3 ☐



4 ☐



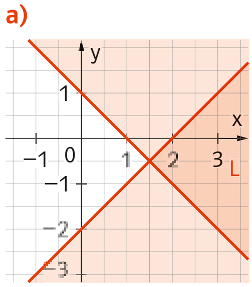
A: $y > 4x - 2$ B: $y < 4x - 2$ C: $y \geq \frac{2}{3}x - 3$ D: $y > \frac{2}{3}x - 3$ E: $y > -1$ F: $y \geq -0{,}5x + 1$

166. Stelle die Schnittmenge der beiden Lösungsmengen der Ungleichungen graphisch dar.

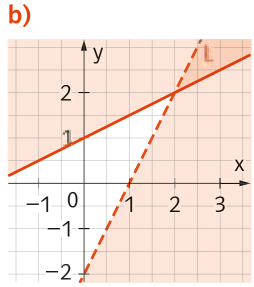
a) $x - 2y > 2 \wedge x + 3y > 6$ **b)** $-2x < 4 - y \wedge x - 3y > 0$ **c)** $2x - 3y > 6 \wedge x + y < 3$

167. Gib das zur Lösungsmenge passende System zweier linearer Ungleichungen an.

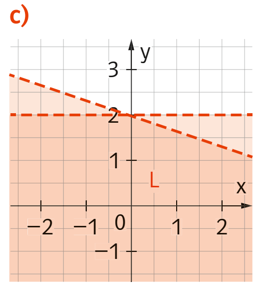
a)



b)



c)



d)